УДК 531/534:57

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ МЫШЦ

Е.Д. ГРЯЗЕВА, В.И. ЖЕЛТКОВ, И.А. ПОРТНЕНКО, П.И. ТОЛКАЧЕВ

Тульский государственный университет, тел.: (4872) 35-54-79

Аннотация. Предлагается методика идентификации параметров наследственной модели актонов-антагонистов человека, учитывающей усталость и восстановление в процессе движения. Источником данных предполагается измерение кинематических и силовых параметров упражнения на спортивном тренажере. Математическая модель упражнения составляется как уравнения движения подвижных частей тренажера, в которых силы тяги актонов моделируются наследственным законом.

Подробно рассмотрен пример моделирования упражнения на тренажере мышц руки. Приведена кинематическая схема тренажера и ее математическая модель – кинематические уравнения и уравнения движения, связи между длинами мышц и локтевым углом. Зависимости между тяговой силой и длиной мышц описываются наследственными соотношениями, в которых функция релаксации устанавливается через экспоненциальное ядро. Мгновенная жесткость ядра определяется двумя функциями: усталости при сокращении или сохранении длины мышцы и восстановления при увеличении длины.

Для решения задачи идентификации параметров участвующих в упражнении мышц сформулирован функционал среднеквадратического отклонения. Так как он не является квадратичной формой, то для его минимизации предлагается использовать комбинированный метод, заключающийся в изоляции глобального экстремума методом стохастических проб и последующим уточнением многомерным методом Ньютона.

Предложены режимы эксперимента, включающие в себя динамическое сгибание руки - подъем груза, статическое удержание груза, опускание груза и отдых между упражнениями серии. Такой режим благоприятствует идентификации функций усталости и восстановления.

Ключевые слова: упражнения на тренажере, стареющий вязкоупругий материал, идентификация параметров

IDENTIFICATION OF MUSCLE MODEL PARAMETERS

E.D. GRYAZEVA, V.I. ZHELTKOV, I.A. PORTNENKO, P.I. TOLKACHYOV

Tula State University, phone (4872) 35-54-79

Abstract. This article deals with the methods of human actone-antagonist hereditary model parameters' identification, that takes into account the fatigue and recovery during the motion process. The source of the data is considered to be the measurement of kinematic and power parameters of the exercise on a training device. Mathematical model of the exercise is composed as equations of the motion of moving parts of the device, in which hauling capacities of actones are determined by the hereditary law.

An example of simulation of an exercise on a training device for arm muscles is discussed. Kinematic scheme of the device and its mathematical model is given – that is, kinematic equations and motion equations, connection between the muscle length and elbow angle. Relations between hauling capacity and muscle length are described using hereditary correlations, in which relaxation function is set through the exponential kernel. Instant rigidity of the kernel is determined by two functions: fatigue during the contraction or muscle length conservation and by the recovery during the elongation.

To solve the problem of identification of parameters, involved into muscle exercise, functional of mean-square deviation was formulated. As it is not a quadratic form, in order to minimize it, a combined method, consisting in the isolation of the global extremum with the help of stochastic tests and further specification with Newton's multivariate method, is proposed.

Experiment modes are proposed, including dynamic arm bending – weight lifting, static weight holding, weight lowering and rest between the exercises. Such mode helps the identification of fatigue and recovery functions.

Key words: exercises on training device, aging visco-elastic material, identification of parameters.

Комплексы движений, сопровождающие бытовую и профессиональную деятельность человека неразрывно связаны с усталостью – снижением усилий, развиваемых различными группами мышц.

Движение можно рассматривать как результат взаимных поворотов костей, образующих скелет, относительно суставов, обусловленных сокращением скелетных мышц. Отметим, что мышцы развивают тяговую силу только при сокращении; увеличение или уменьшение углов между парами костей, соединенными в одном суставе, обеспечивается различными группами мышц – сгибателями и разгибателями. Очевидно, что кинематические характеристики движения – взаимные положения костей, скорости, ускорения – обусловлены тяговыми силами мышц. Примем основные положения кинематической модели [1], которая предполагает, что опорно-двигательный аппарат представляет собой набор твердых элементов – костей скелета, соединенных суставами и приводимый в движение сокращениями скелетных мышц. Совокупность мышц, обслуживающих одно движение – актон [2] рассматривается как вязкоупругая нить, работающая только на сокращение. Для описания соотношений «тяговая сила – длина» предлагается использовать наследственные соотношения стареющего вязкоупругого материала. Тем самым усталость ассоциируется с уменьшением мгновенного модуля упругости [3] нити – актона.

Так как движение обслуживается двумя актонами – антагонистами (например, сгибателем и разгибателем руки), то при выполнении циклических движений, характерных для спортивных упражнений, одновременно работает только один из антагонистов. Признаком активной работы актона является уменьшение или постоянство его длины

$$\frac{dL(t)}{dt} \le 0, \tag{1}$$

где L – длина актона. Знак равенства позволяет учесть усталость при выполнении статических упражнений, например, удержания груза (штанги, гири) в стационарном положении. Примем, что если актон расслабляется, то он отдыхает в том смысле, что его мгновенный модуль возрастает от его значения, достигнутого в процессе усталости.

Примем линейную модель наследственного типа, связывающую тяговую силу мышцы с ее текущей длиной:

$$F(t,L) = C_0\left[t, L(t)\right]\int_0^t \gamma(t-\tau)dL(\tau). \tag{2}$$

Здесь C_0 – мгновенная жесткость, измеряемая в Н/м, $L(t)$ – текущая длина мыщцы, t – время, отсчитываемое от начала движения, $\gamma(t)$ – безразмерная функция релаксации, которая может быть принята либо в аналитической форме [3], либо представлена сплайном [1]. Первый сомножитель определяет изменение мгновенной жесткости (усталость и восстановление), второй – реологические свойства актона.

Функция мгновенной жесткости, в соответствии с предположением об усталости при активной работе актона и восстановлении при расслаблении должна зависеть и от скорости сокращения.

$$C_0\left[t, L(t)\right] = E_0\begin{cases}\varphi_1\left[t, L(t)\right]\forall \dfrac{dL}{dt} \le 0 \\ \varphi_2\left[t, L(t)\right]\forall \dfrac{dL}{dt} > 0\end{cases}, \tag{3}$$

где φ_1 - функция усталости – нормированная монотонно убывающая функция длины, φ_2 - функция восстановления - нормированная монотонно возрастающая функция длины. Обе функции должны иметь асимптоты при $t\to\infty$, причем функция возрастания должна иметь нулевую асимптоту, а функция восстановления – единичную асимптоту. Например, можно принять:

$$\varphi_1 = e^{\alpha^- \cdot \varepsilon(t)};\ \varphi_2 = 1 - e^{\alpha^+ \cdot \varepsilon(t)},\ \varepsilon(t) = \frac{L(t) - L_0}{L_0}. \tag{4}$$

Здесь L_0 – длина мышцы при полном расслаблении, $L(t)$ – текущая длина, α^-, α^+ - постоянные параметры мышцы. Следует заметить, что в активной фазе $\varepsilon(t)<0$, так как актон сокращается или сокращен, в фазе расслабления $\varepsilon(t)$ также меньше нуля, так как длина актона увеличивается от сокращенной до начальной длины; знак изменяет скорость изменения длины.

Определять параметры актона следует из эксперимента, в качестве которого принимается упражнение на спортивном тренажере. Математическая модель системы «тренажер – опорно-двигательный аппарат» состоит из трех подсистем: кинематика тренажера и организма человека; динамика этих же объектов; связь между тяговыми силами актонов и их длинами вида (1)…(4). Первые две подсистемы определяются конкретной конструкцией тренажера. Преимуществом такого подхода является возможность нагружать определенные группы мышц и получать результаты in vivo, на живых мышцах. Кинематические соотношения позволяют связать текущие длины мышц (актонов); динамические соотношения связывают тяговые силы актонов и ускорения подвижных частей тренажера, то есть представляют собой уравнения движения подвижного груза; тяговые силы представляются через параметры актонов. Если зафиксированы законы изменения во времени взаимного расположения движущихся частей организма и ускорение подвижного груза, то параметры актона определяются из проблемы *наименьших квадратов* (МНК): среднеквадратическое отклонение измерений от расчетных величин должно быть минимальным. Безусловно, МНК-проблема не будет задачей минимизации квадратичной формы в силу нелинейности кинематических соотношений. Тем не менее, применяя комбинацию метода статистических испытаний и метода Ньютона [1], можно получить удовлетворительные результаты.

В качестве примера рассмотрим упражнение на тренажере для мышц руки, кинематическая схема которого приведена на рис. 1 [1].

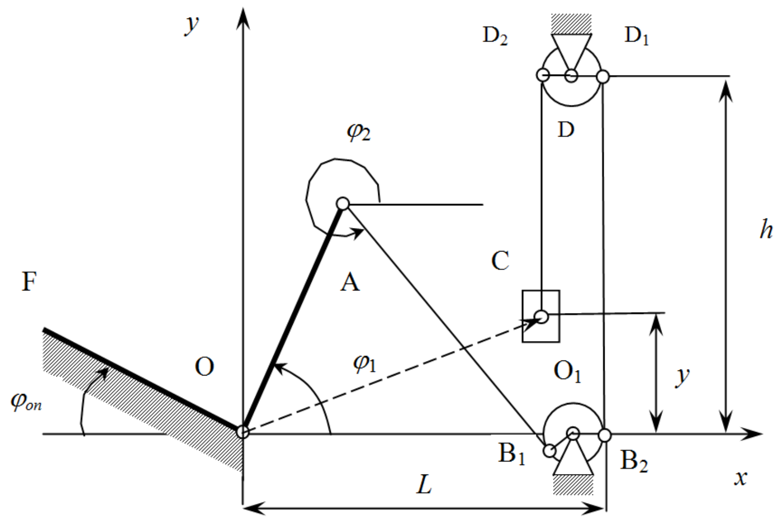

Рис. 1. Кинематическая схема системы «Тренажер – рука»

Схема прикрепления мышц приведена на рис. 2. Схема приложения сил в системе «тренажер-рука» приведена на рис. 3.

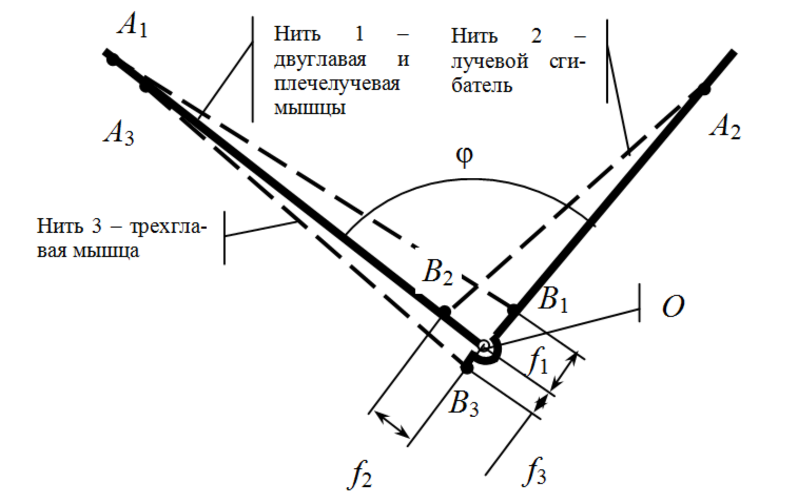

Рис. 2. Схема действующих приводных мышц верхней конечности

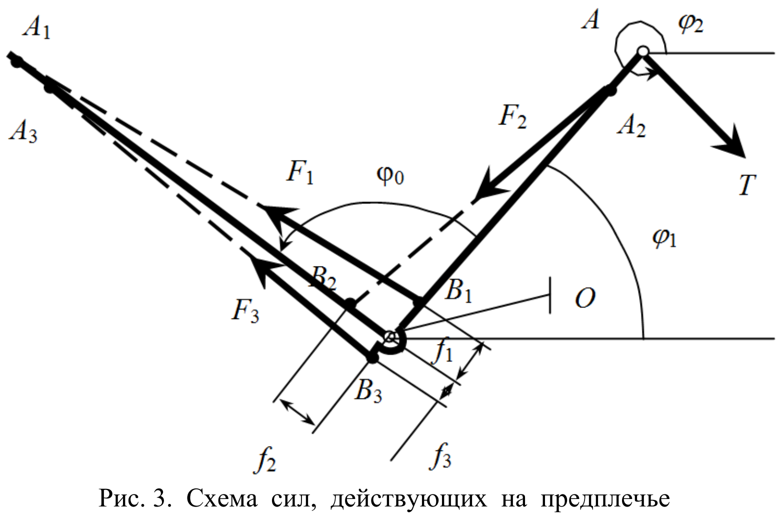

Рис. 3. Схема сил, действующих на предплечье

Как видно их рис. 2, актон-разгибатель 3 (трехглавая мышца) представлен одной нитью, актон-сгибатель – двумя: нитью 1, представляющей плечелучевую и двуглавую мышцы и нитью 2, представляющую лучевой сгибатель. Плечи соответствующих сил показаны на рис. 3 и обозначены f_1, f_2, f_3; текущие длины мышц – L_1, L_2,

L_3 соответственно. Длины и плечи мышц зависят от локтевого угла φ [2] и поэтому являются неизвестными, подлежащими определению.

Кинематические соотношения – проекции вектора OC (рис.1) на оси координат, учитывающие постоянство длины троса – имеют вид:

$$\begin{aligned} &l_{np}\cos\varphi_1 + \left[L_{mp} - h + y - r\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_2\right)\right]\cos\varphi_2 + r\sin\varphi_2 = L - r \\ &l_{np}\sin\varphi_1 + \left[L_{mp} - h + y - r\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_2\right)\right]\sin\varphi_2 - r\cos\varphi_2 = h. \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь l_{np} – длина предплечья от локтевого до кистевого суставов, L_{mp} – длина троса, r – радиус блоков, L и h показаны на рис.1. Отметим, что множитель в квадратных скобках (и тем самым зависимость от высоты подъема груза) можно исключить из (5), если перенести в правую часть все слагаемые, не зависящие от y, и разделить второе уравнение на первое:

$$tg\varphi_2 = \frac{h + .r\cos\varphi_2 - l_{np}\sin\varphi_1}{L - r(1+\sin\varphi_2) - l_{np}\cos\varphi_1}. \tag{6}$$

По определению упражнения плечо OF неподвижно; груз C поднимается и опускается поворотом предплечья OA относительно плеча. Угол φ (локтевой угол) является основной кинематической неизвестной, определяющей положение груза y. Переменные y и φ объективно измеряемы: ускорение $\ddot{y}$ может быть измерено с помощью акселерометра, установленного на грузе C, а локтевой угол – путем киносъемки или акселерометром, установленным в кистевом суставе.

Уравнение вращательного движения предплечья относительно неподвижного локтевого сустава имеет вид:

$$J_{np}\ddot{\varphi} = F_1\cos(\alpha_1) + F_2\sin(\alpha_2) - F_3\cos(\alpha_3) - T\cos(\varphi_2) \tag{7}$$

Здесь α_i – углы при вершинах A_i треугольников OA_iB_i рис. 2,3, F_i – тяговые силы мышц, i=1, 2, 3 - номер мышцы на рис. 2, T – сила натяжения троса, связывающего кисть с подвижным грузом тренажера. Эта сила определяется из уравнения движения груза:

$$T = m(g + \ddot{y}), \tag{8}$$

где m – масса подвижного груза, g=9.81 м/с^2 – ускорение свободного падения.

Углы α_i определяются по теореме синусов из решения треугольников OA_iB_i рис.2:

$$\begin{aligned} &\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{f_1}{L_1}\sin\varphi\right);\ \alpha_2 = \arcsin\left(\frac{f_2}{L_2}\sin\varphi\right); \\ &\alpha_3 = \arcsin\left[\frac{f_3}{L_3}\sin(\pi - \varphi)\right] = \arcsin\left(\frac{f_3}{L_3}\sin\varphi\right). \end{aligned} \tag{9}$$

Углы φ и φ_1 отличаются друг от друга на постоянную величину – угол установки опоры φ_{on}:

$$\varphi_1 + \varphi = \pi - \varphi_{on}, \tag{10}$$

поэтому в левой части (7) можно использовать угол φ_1 вместо φ. Угол φ_2 выражается через φ_1 как решение кинематического трансцендентного уравнения (6).

Каждой нити – мышце приписывается соотношение вида (2) с функциями усталости и восстановления (4). Примем, что функция релаксации $\gamma(t)$ определяется двухпараметрическим экспоненциальным ядром. В соответствии с [3]:

$$\gamma(t) = 1 + A\beta\int_0^t e^{\beta\tau}d\tau = 1 + A\left(e^{\beta t} - 1\right). \tag{11}$$

Здесь $0<A<1$ – падение силы в опыте на релаксацию, β - величина, обратная времени релаксации.

Таким образом, для каждой нити имеем параметры, подлежащие определению по данным эксперимента:

- плечо и длина f, L;
- мгновенная жесткость E_0;
- параметры функций усталости α^- и восстановления α^+;
- параметры функции релаксации A и β.

Отметим, что параметры f_i, L_i являются функциями локтевого угла и положения груза, параметры мышц для одного участника эксперимента должны быть постоянными.

Преобразуем (7), учитывая (8), (9), (10):

$$J_{np}\ddot{\varphi} = F_1\sqrt{1-\left(\frac{f_1}{L_1}\sin\varphi\right)^2} + F_2\frac{f_2}{L_2}\sin\varphi - F_3\sqrt{1-\left(\frac{f_3}{L_3}\sin\varphi\right)^2} - (g+\ddot{y})\cos[\varphi_2(\pi-\varphi_{on}-\varphi)] \tag{12}$$
$$= \Phi(\ddot{y}, \boldsymbol{L}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{E}_0, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}^-, \boldsymbol{\alpha}^+)$$

Жирным курсивом обозначены множества из трех элементов, каждый из которых относится к одной мышце их трех.

Значения тяговых сил определяются формулами (2), (4), (11).

Объективно измеряемыми в (12) являются $\ddot{\varphi}, \ddot{y}$; значения φ вычисляются путем аналогового или численного двукратного интегрирования сигналов $\ddot{\varphi}, \ddot{y}$. Остальные величины в (11), (12) должны быть определены из условия минимума среднеквадратического отклонения правой части (12) от измеренного значения.

Так как измерения проводятся дискретно, то соотношение (12) может быть записано для каждого дискретного измерения. Введем понятие среднеквадратического отклонения для эксперимента в целом:

$$S^2 = \sum_{k=1}^{N}\left\{J_{np}\ddot{\varphi}_k - \Phi(\ddot{y}_k, \boldsymbol{L}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{E}_0, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}^-, \boldsymbol{\alpha}^+)\right\}^2. \tag{13}$$

Здесь под множествами $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{f}$ следует понимать множества троек длин и плеч мышц, мощность которых равна количеству измерений *N*. Искать глобальный минимум следует комбинированным методом: стохастические испытания + метод Ньютона [2]. Границы области поиска экстремума можно назначать из следующих соображений:

- для длин мышц верхняя граница есть длина предплечья (или плеча); нижняя граница устанавливается примерно 0,8 от верхней;

- для плеч мышц верхняя граница устанавливается 0,1…0,15 от длины предплечья или плеча на основании данных [2], нижняя граница – по тем же соображениям, что и предыдущая;

- для мгновенного модуля границы устанавливаются на основании статистических данных [2];

- для параметров A границы очевидны: $0<A<1$;

- для параметров β: $-3< \lg(\beta)<3$;

- для параметров α^-, α^+ достоверно известна только нижняя граница: $\alpha^-, \alpha^+>0$. В качестве верхней границы следует установить некоторое положительное число. Уточнить верхнюю границу можно только в ходе обработки реальных данных.

Временной режим эксперимента рекомендуется выбрать с сопоставимыми временами статического удержания груза и отдыха, тем самым обеспечивая информацию для функций усталости и восстановления.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Грязева, Е.Д.* Идентификация механических характеристик моделей мышц по результатам упражнений на тренажерах / Е.Д. Грязева. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2010. – 96 с.
2. Биомеханика двигательного аппарата человека / В.М. Зациорский [и др.]. – М.: Физкультура и спорт, 1981. – 143 с.
3. *Ильюшин, А.А.* Основы математической теории термовязкоупругости / А.А. Ильюшин, Б.Е. Победря. – М.: Наука, 1970. – 270 с.