

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ  
В ДЫХАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ЧЕЛОВЕКА

Н.В. ИВАХНО, А.С. КАНУННИКОВА, С.С. ФЕДОРОВ

*ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет», пр. Ленина, 92, Тула, Россия, 300012*

**Аннотация.** Актуальность и цели. Рассмотрена актуальная задача моделирования структуры дыхательной системы человека и происходящих в ней процессов для предсказания изменения физиологических параметров при различных методах механического воздействия.

**Результаты.** Предложена математическая модель, основанная на описании уравнения массового расхода и скорости массопереноса в легочных каналах при разветвлении воздухоносных путей по принципу правильной дихотомии с учетом уравнений динамики работы дыхательной мускулатуры и возможностью моделирования различных нагрузок в дыхательном контуре, реализуемых аппаратурой тренажерного воздействия. Рассматривались усилия, создаваемые мышцами в радиальном и осевом направлении эквивалентного грудной клетке полого цилиндра с учетом упругой компоненты напряжений в стенке цилиндра и изменяемым мышечным напряжением в окружном направлении. Представлены результаты математического моделирования при дыхании без нагрузки, приведены графики объемного и массового расхода по поколениям легких, а также диаграмма поток-давление.

**Выводы.** Разработанный комплекс связанных математических моделей позволяет выполнять уточнённое многопараметрическое моделирование динамики функционирования сложной биотехнической системы «тренажёр дыхательной мускулатуры – человек», что предоставляет возможности реализовывать прогнозирование ухода физиологических и механических параметров от величин нормального течения процесса и на этой основе корректировать управляющие воздействия.

**Ключевые слова:** массовый расход, объемный расход, процесс дыхания, воздухоносные пути, изменение давления, правильная дихотомия, дыхательные тренажеры.

MATHEMATICAL MODELING OF PROCESSES IN THE HUMAN RESPIRATORY SYSTEM

N.V. IVAKHNO, A.S. KANUNNIKOVA, S.S. FEDOROV

*Tula State University, Str. Lenina, 92, Tula, Russia, 300012*

**Abstract.** Scientific relevance and purpose. This research looks at the urgent task of modeling the structure of the human respiratory system and processes occurring in it, in order to predict the changes in physiological parameters occurring under different mechanical actions.

**Results.** This paper suggests mathematical model based on the description of equations of the mass flow and mass flow rate in the pulmonary channels in cases, when airways are branched in accordance with the principle of regular dichotomy with regard to the equations of work dynamics of the respiratory muscles and the ability to model different stresses in the breathing circuit, caused by trainers. The research examined the stresses generated by muscles in the radial and axial direction of the equivalent hollow cylinder, which represented the chest with regard to the elastic stress component in the cylinder wall and variable muscle stress in the circumferential direction. The paper contains the results of mathematical modeling of breathing without stress, the graphs of volume and mass flow in lungs generations and pressure-flow diagram.

**Conclusions.** The developed mathematical models enable more precise multi-parameter modeling of the dynamics of functioning of complex biotech system "respiratory muscles trainer - human", which enables the implementation of the prediction of shifts of physiological and mechanical properties from the values of the normal process and to adjust the control actions on this basis.

**Key words:** mass flow, volume flow, the process of breathing, airways, changes in pressure, regular dichotomy, breathing trainers.

**Введение.** В настоящее время в медицинской практике реабилитации пациентов с различными заболеваниями дыхательной и сердечно-сосудистой систем широкое распространение получают устройства для воздействия на дыхательную систему методом внесения дополнительного сопротивления, изменяющегося по определенному закону (тренажеры дыхательной мускулатуры) [9, 10].

Методы немедикаментозного лечения, направленные на активацию системы кислородного обеспечения тканей, профилактику развития вторичной тканевой гипоксии могут рассматриваться как способы тренирующей терапии [4, 9], необходимые для комплексной реабилитации больных с двигательными на-

**Библиографическая ссылка:**

Ивахно Н.В., Канунникова А.С., Федоров С.С. Математическое моделирование процессов в дыхательной системе человека // Вестник новых медицинских технологий. Электронное издание. 2015. №2. Публикация 1-3. URL: <http://www.medtsu.tula.ru/VNMT/Bulletin/E2015-2/5179.pdf> (дата обращения: 26.05.2015). DOI: 10.12737/11436

рушениями. Совокупность медицинских показаний является предпосылкой создания приборов и аппаратов тренажерного воздействия на *дыхательную систему пациента* (АТВ) [3, 5]. Они предназначены для биологической имитации дыхательных нагрузок аналогично тем, которые возникают в процессе выполнения оздоровительных физических упражнений: бег, плавание, гимнастика, лыжные прогулки и т.п. [9, 10].

Поэтому актуальной является задача математического моделирования структуры дыхательной системы человека с целью предсказания изменения ее физиологических параметров при реализации различных режимов АТВ.

**1. Модель массопереноса воздуха в лёгких.** При разработке модели принята структура воздухоносных путей, описанная в [1], где, начиная от трахеи, число воздухоносных путей увеличивается в транзитной и кондуктивной зонах посредством разветвления по типу дихотомии.

По мере продвижения от трахеи к периферии стенки приобретают различные структурные особенности, характерные для следующих видов элементов [1, 8]:

- а) бронхи, в стенках которых преобладают «пассивные» тканевые составляющие;
- б) бронхиолы, в стенках которых содержится сравнительно большое количество «активных» гладких мышц [2, 6];
- в) респираторные бронхиолы, у которых структура стенок идентична обычным бронхиолам, но прерывиста, причем единичные или небольшие группы альвеол примыкают к их просвету (частичная пузырчатость);
- г) альвеолярные ходы, которые можно рассматривать как респираторные бронхиолы, у которых вся стенка занята альвеолами (полная пузырчатость) [2, 6];
- д) альвеолярные мешочки, которые в структурном отношении по существу идентичны альвеолярным ходам, но на периферии они больше не разветвляются, а замыкаются группой концевых альвеол.

В данной модели структура легких представлялась в виде совокупности поколений воздухоносных путей (каналов), последняя из которых оканчивается альвеолами. Предполагалось, что воздухоносные пути разветвляются по принципу правильной дихотомии, то есть две конъюгаты имеют одинаковые размеры и ответвляются от своего родителя под равными углами.

Анатомические размеры воздухоносных каналов среднестатистического человека определяются следующими эмпирическими уравнениями [2, 6, 8]:

$$D_i = \begin{cases} D_0 \cdot e^{-0,388i} & \text{при } i \leq 3, D_0 = 1,8 \text{ см} \\ D'_0 \cdot e^{-(0,2929 - 0,00624i)i} & \text{при } i > 3, D'_0 = 1,3 \text{ см} \end{cases}, L_i = \begin{cases} L_0 \cdot e^{-0,92i} & \text{при } i \leq 3, L_0 = 12 \text{ см} \\ L'_0 \cdot e^{-0,17i} & \text{при } i > 3, L'_0 = 2,5 \text{ см} \end{cases} \quad (1)$$

где  $D_i$  – диаметр канала,  $L_i$  – длина канала,  $i$  – уровень генерации.

Скорость массопереноса газа в легочных каналах связана с его плотностью и объемом каналов [3, 7] дифференциальным уравнением вида:

$$\frac{dm_i(t)}{dt} = \rho_i(t) \cdot \frac{dV_i(t)}{dt} + V_i(t) \cdot \frac{d\rho_i(t)}{dt}, \quad (2)$$

где  $\frac{dm_i(t)}{dt}$  – массовый расход газа в  $i$ -том канале,  $\rho_i(t)$  – текущая плотность газа в  $i$ -том канале,  $V_i(t)$  – текущий объем  $i$ -того канала.

Считая  $\rho_i(t)$  пропорциональным давлению газа  $P_i(t)$ , то есть исходя из равенства  $P_i(t) = \frac{1}{M} \rho_i(t) RT$ , и полагая, что процесс дыхания происходит при постоянной температуре внутри организма ( $T=310 \text{ K}$ ), перепишем (2) в виде:

$$\frac{dm_i(t)}{dt} = \frac{M}{RT} \left( P_i(t) \cdot \frac{dV_i(t)}{dt} + V_i(t) \cdot \frac{dP_i(t)}{dt} \right), \quad (3)$$

где  $R$  – постоянная Больцмана,  $M$  – молярная масса газа.

Преобразованием выражения (3) относительно  $\frac{dP_i(t)}{dt}$  и заменой  $\frac{dm_i(t)}{dt}$  на  $G_i(t)$  – условное обозначение массового расхода – получено соотношение устанавливающее связь между скоростью изменения давления в  $i$ -том канале с массовым расходом воздуха в нём и скоростью изменения объема канала.

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \frac{G_i(t) \frac{RT}{M} - P_i(t) \cdot \frac{dV_i(t)}{dt}}{V_i(t)}, \quad (4)$$

Массовый расход воздуха в каждой трубке может быть описан следующей зависимостью

$$G_i(t) = \rho_i(t) \cdot \Omega_i(t) = \frac{P_i^*(t) M}{RT} \cdot \Omega_i(t), \quad (5)$$

где  $\Omega_i(t)$  – объемный расход газа в  $i$ -том канале,  $P_i^*(t)$  – относительное давление газа в  $i$ -том канале.

**Библиографическая ссылка:**

Ивахно Н.В., Канунникова А.С., Федоров С.С. Математическое моделирование процессов в дыхательной системе человека // Вестник новых медицинских технологий. Электронное издание. 2015. №2. Публикация 1-3. URL: <http://www.medtsu.tula.ru/VNMT/Bulletin/E2015-2/5179.pdf> (дата обращения: 26.05.2015). DOI: 10.12737/11436

В данной модели объёмный расход газа в  $i$ -той трубке представлен упрощённо и аналогичен закону Ома для электрической цепи [7]:

$$\Omega_i(t) = \frac{P_i^*(t)}{R_i}, \quad (6)$$

где  $R_i$  – сопротивление  $i$ -того ВП.

Учитывая выражение (6) и зная, что массовый расход воздуха  $G_i(t)$  в процессе дыхания меняет знак, выражение (5) можно переписать в виде:

$$G_i(t) = \frac{(P_i^*(t))^2 \cdot \text{sign}(P_i^*(t)) \cdot M}{RT \cdot R_i}. \quad (7)$$

Принятое допущение о том, что распределение давления в дыхательной структуре имеет разрывы первого рода на границах каналов, но равномерно распределено по длине каждой отдельно взятой воздухоносной единицы, позволяет записать выражение (7) в следующем виде:

$$G_i(t) = \frac{M}{RT \cdot R_i} \cdot [(P_{i-1}(t) - P_i(t))^2 \cdot \text{sign}(P_{i-1}(t) - P_i(t)) + 2(P_{i+1}(t) - P_i(t))^2 \cdot \text{sign}(P_{i+1}(t) - P_i(t))], \quad (8)$$

причём для трахеи выражение массового расхода примет вид

$$G_0(t) = \frac{M}{RT \cdot R_0} \cdot [(P_k(t) - P_0(t))^2 \cdot \text{sign}(P_k(t) - P_0(t)) + 2(P_1(t) - P_0(t))^2 \cdot \text{sign}(P_1(t) - P_0(t))], \quad (9)$$

Где  $P_k(t)$  – давление в трубке тренажёра,  $P_0(t)$  – давление в трахее [6, 7],  $P_1(t)$  – давление на 1-ом уровне

ВП, а для последнего  $n$ -ого уровня ( $n=23$ )  $G_n(t) = \frac{(P_{n-1}(t) - P_n(t))^2 \cdot \text{sign}(P_{n-1}(t) - P_n(t)) \cdot M}{RT \cdot R_n}. \quad (10)$

Считая, что воздухоносные пути разветвляются по типу правильной дихотомии, (4) преобразовано к виду

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \frac{G_i(t) \cdot \frac{RT}{M} - P_i(t) \cdot \frac{dV_i(t)}{dt}}{V_i(t)}, \quad (11)$$

Принимая во внимание выражения (9) и (10), для трахеи и последнего 23-его уровня (11) переписывается, соответственно,

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = \frac{G_0(t) \cdot \frac{RT}{M} - P_0(t) \cdot \frac{dV_0(t)}{dt}}{V_0(t)}, \quad (12)$$

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = \frac{G_n(t) \cdot \frac{RT}{M} - P_n(t) \cdot \frac{dV_n(t)}{dt}}{V_n(t)}. \quad (13)$$

Представленные выражения образуют систему обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка относительно неизвестных функций  $P_i(t)$ . Начальные условия для решения системы, дополненной недостающими соотношениями относительно других компонентов общей системы уравнений модели, имеют вид:  $P_i(t)|_{t=0} = P_a$ , где  $P_a = 101325$  Па – атмосферное давление при н.у., то есть принимается, что лёгкие не наполнены.

Выражения (8)-(13) представляют собой модель массопереноса воздуха в воздухоносных путях. Разработанное математическое описание процесса массопереноса в сложной системе ветвящихся каналов дает возможность обеспечить больший уровень детализации процесса дыхания в целом, позволяя исследовать влияние тех или иных отклонений на структурном уровне отдельно выбранной генерации, вплоть до непосредственного присваивания отдельным воздухоносным путям заданных свойств. Такой подход – один из шагов на пути к исследованию влияния функциональных нарушений структурных образований на физиологию и биомеханику дыхания.

**2. Модель динамики дыхательной мускулатуры.** Известно, что в процессе дыхания участвуют межрёберные мышцы и диафрагма, причём в спокойном состоянии человека на фазе вдоха работает только диафрагма, а выдох осуществляется за счёт сил упругого сопротивления деформированных тканей [1, 8]. В то же время, при определенных видах физических нагрузок выдох становится активным, и к работе диафрагмы подключаются группы межрёберных мышц [1]. В данной модели рассматривались усилия, создаваемые мышцами только в радиальном и осевом направлении эквивалентного грудной клетке полого цилиндра.

Уравнение перемещения элемента стенки цилиндра в радиальном направлении имеет вид

$$\Delta m \cdot \frac{d^2 u(t)}{dt^2} = (P_n(t) - P_a) \cdot \Delta S_1 - 2(\sigma_r(t) - \sigma_l(t)) \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \Delta \varphi\right) \cdot \lambda \cdot l_{np}(t) - 2k \cdot \frac{d\xi(t)}{dt} \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \Delta \varphi\right) \cdot \lambda \cdot l_{np}(t) - 2k \cdot \frac{d\xi(t)}{dt} \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \Delta \varphi\right) \cdot \lambda \cdot l_{np}(t), \quad (14)$$

**Библиографическая ссылка:**

Ивахно Н.В., Канунникова А.С., Федоров С.С. Математическое моделирование процессов в дыхательной системе человека // Вестник новых медицинских технологий. Электронное издание. 2015. №2. Публикация 1-3. URL: <http://www.medtsu.tula.ru/VNMT/Bulletin/E2015-2/5179.pdf> (дата обращения: 26.05.2015). DOI: 10.12737/11436

где  $\Delta m_l$  – масса элемента стенки цилиндра,  $\Delta S_l$  – площадь элемента стенки цилиндра,  $u(t)$  – перемещение стенки цилиндра в радиальном направлении,  $P_n(t)$  – текущее давление внутри цилиндра,  $\sigma_r(t)$  – упругая компонента напряжений в стенке цилиндра,  $\sigma_l(t)$  – заданное мышечное напряжение в окружном направлении,  $\lambda$  – толщина стенки цилиндра,  $l_{np}(t)$  – приведённая длина цилиндра,  $k$  – коэффициент вязкости материала,  $\xi(t)$  – относительная деформация в окружном направлении.

Учитывая, что  $\sigma_r(t) = E_1 \frac{u(t)}{R}$ ,  $r(t) = R + u(t)$ ,  $l_{np}(t) = L + w(t)$ ,  $\xi(t) = \frac{u(t)}{R}$  и  $\lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{2}\Delta\varphi\right) = \frac{1}{2}\Delta\varphi$ , уравнение (14) переписывается в виде  $\Delta m_l \cdot \frac{d^2 u(t)}{dt^2} = (P_n(t) - P_a) \cdot \Delta S_l - \left( E_1 \cdot \frac{u(t)}{R} - \sigma_l(t) \right) \cdot \Delta\varphi \cdot \lambda \cdot l_{np}(t) - \frac{k}{R} \cdot \frac{du(t)}{dt} \cdot \Delta\varphi \cdot \lambda \cdot l_{np}(t)$ , (15)

где  $E_l$  – модуль упругости материала в окружном направлении,  $r(t)$  – текущий внутренний радиус цилиндра,  $R$  – внутренний радиус цилиндра в недеформированном состоянии.

Так как  $\Delta m = \Delta S_l \cdot \lambda \cdot \rho$ ,  $\Delta S_l = r(t) \cdot \Delta\varphi \cdot l_{np}(t)$ , то уравнение (15) принимает вид

$$\lambda \cdot \rho \cdot \frac{d^2 u(t)}{dt^2} = P_n(t) - P_a - \left( E_1 \cdot \frac{u(t)}{R} - \sigma_l(t) \right) \cdot \frac{\lambda}{r(t)} - k \cdot \frac{du(t)}{dt} \cdot \frac{\lambda}{r(t)R}, \quad (16)$$

где  $\rho$  – плотность элемента среды.

Уравнение движения торца цилиндра в осевом направлении имеет вид:

$$\Delta m_2 \cdot \frac{d^2 w(t)}{dt^2} = (P_n(t) - P_a) \cdot \Delta S_2 - (\sigma_r^e(t) - \sigma_2(t)) \cdot \pi((r(t) + \lambda)^2 - r^2(t)) - k \cdot \frac{d\xi(t)}{dt} \cdot \pi((r(t) + \lambda)^2 - r^2(t)), \quad (17)$$

где  $w(t)$  – осевое перемещение торца цилиндра,  $\sigma_r^e(t)$  – осевая компонента упругого сопротивления материала цилиндра,  $\sigma_2(t)$  – заданное мышечное напряжение в осевом направлении,  $\xi(t)$  – относительная деформация в осевом направлении.

Поскольку,  $\sigma_r^e(t) = E_2 \cdot \frac{w(t)}{L}$ ,  $\Delta m_2 = \Delta S_2 \cdot \rho \cdot \lambda$ ,  $\xi(t) = \frac{w(t)}{L}$  и  $\Delta S_2(t) = \pi r^2(t)$ , то выражение (17) примет вид

$$\lambda \cdot \rho \cdot \frac{d^2 w(t)}{dt^2} = P_n(t) - P_a - \left( E_2 \cdot \frac{w(t)}{L} - \sigma_2(t) \right) \cdot \frac{2r(t)\lambda + \lambda^2}{r^2(t)} - k \cdot \frac{dw(t)}{dt} \cdot \frac{2r(t)\lambda + \lambda^2}{r^2(t)L}, \quad (18)$$

где  $L$  – длина недеформированного цилиндра,  $E_2$  – модуль упругости материала в осевом направлении.

С учётом (16) и (18) соотношения (1) можно переписать в виде

$$d_i(t) = \left( 1 + K_i^r \frac{u(t)}{R} \right) \begin{cases} D_0 \cdot e^{-0,388 \cdot i} & \text{при } i \leq 3, D_0 = 1,8 \text{ см} \\ D'_0 \cdot e^{-(0,2929 - 0,00624 \cdot i) \cdot i} & \text{при } i > 3, D'_0 = 1,3 \text{ см} \end{cases}, \quad (19)$$

$$l_i(t) = \left( 1 + K_i^l \frac{w(t)}{L} \right) \begin{cases} L_0 \cdot e^{-0,92 \cdot i} & \text{при } i \leq 3, L_0 = 12 \text{ см} \\ L'_0 \cdot e^{-0,17 \cdot i} & \text{при } i > 3, L'_0 = 2,5 \text{ см} \end{cases}$$

где  $K_i^{r,l}$  – коэффициент приведения относительной деформации с учётом среднестатистической ориентации  $i$ -того канала в пространстве.

Следовательно, текущий объём  $i$ -того канала будет равен  $V_i(t) = \frac{1}{4} \pi \cdot d_i(t)^2 \cdot l_i(t)$ . (20)

Выражения (18) - (20) представляют модель динамики дыхательной мускулатуры.

**3. Результаты численного моделирования биомеханической модели дыхания.** Полученная система обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений решалась численно с применением метода Розенброка.

На рис. 1-5 представлены результаты моделирования при отсутствующей внешней нагрузке на лёгкие, то есть при  $P_k = P_a = 101325$  Па.

По мере увеличения уровня генерации  $i$  давление возрастает, а массовый расход уменьшается.

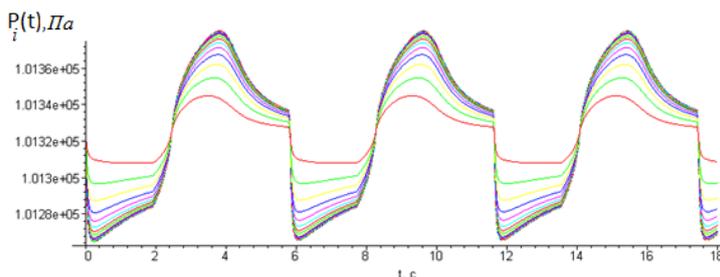


Рис. 1. График изменения давлений по поколениям лёгким

**Библиографическая ссылка:**

Ивахно Н.В., Канунникова А.С., Федоров С.С. Математическое моделирование процессов в дыхательной системе человека // Вестник новых медицинских технологий. Электронное издание. 2015. №2. Публикация 1-3. URL: <http://www.medtsu.tula.ru/VNMT/Bulletin/E2015-2/5179.pdf> (дата обращения: 26.05.2015). DOI: 10.12737/11436

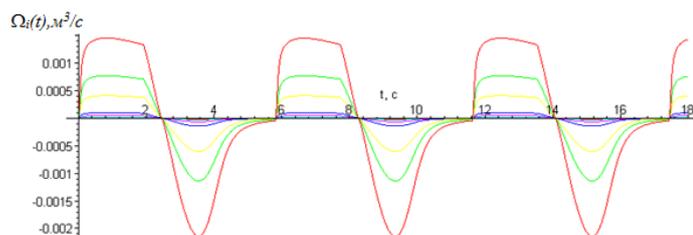


Рис. 2. График объемного расхода воздуха по поколениям лёгких

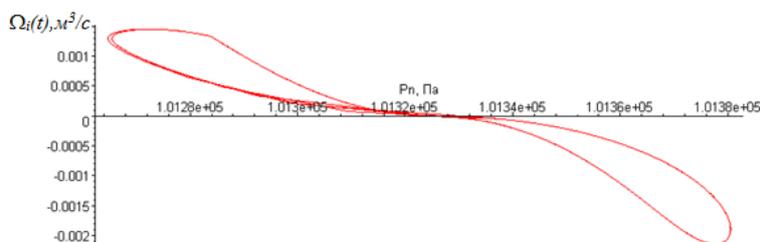


Рис. 3. Диаграмма поток-давление (объемный расход в трахее как функция давления в альвеолах)

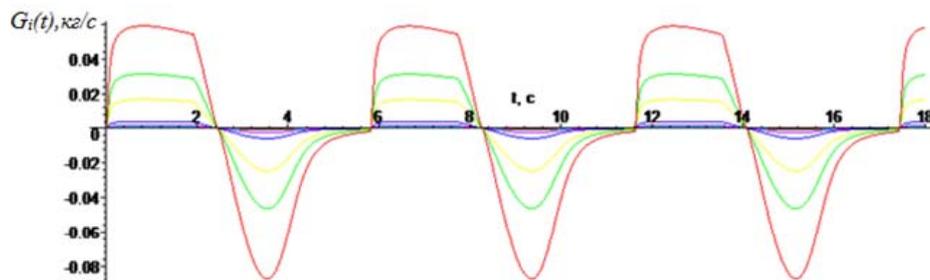


Рис. 4. Массовый расход воздуха по поколениям лёгких

**Заключение.** Анализ экспериментальных графиков изменения давлений, объемного и массового расходов, диаграммы поток-давление, приведенных в [1, 2, 6, 8], показывает, что полученные результаты моделирования с достаточно высокой точностью качественно и количественно отражают биомеханику ряда процессов, сопровождающих дыхание. Следовательно, данная модель может применяться не только для анализа адекватности задаваемых нагрузок на лёгкие при различных режимах тренировки на дыхательных тренажерах, но и также использоваться сотрудниками медицинских учреждений в исследовательской деятельности.

#### Литература

1. Гриппи М.А. Патопфизиология легких. 3-е изд., испр. М.; СПб: «Издательство БИНОМ» - «Невский Диалект», 2001. 318 с.
2. Данилов Л.Н. Растяжимость легких и ее оценка на основе простейших моделей легких // Физиология человека. 1996. Т.22. №2. С. 93–100.
3. Ивахно Н.В. Использование сглаживающих сплайнов при обработке сигналов биотехнической системы «тренажер дыхательной мускулатуры – пациент» // Известия ТулГУ: технические науки. 2013. Выпуск 11. С. 98–102.
4. Ивахно Н.В., Меркулова О.В. Дыхательный тренажер. Патент РФ № 115668 от 20.09.2011 г.
5. Ивахно Н.В. Обобщенная структура комплексов интеллектуального тренажерного воздействия на дыхательную систему // Известия Тульского государственного университета. Серия. Технические науки. 2014. №11 (81). С. 110–114.
6. Калманова Е.Н. Исследование респираторной функции и функциональный диагноз в пульмонологии // Русский медицинский журнал. 2000. Т.8. №12. С. 54–57.
7. Милованов А.В., Никаноров Б.А., Федоров С.Ю., Хадарцев А.А. Математическое описание дыхательных процессов // Вестник новых медицинских технологий. 1996. Т.3. №3. С. 6–11.

#### Библиографическая ссылка:

Ивахно Н.В., Канунникова А.С., Федоров С.С. Математическое моделирование процессов в дыхательной системе человека // Вестник новых медицинских технологий. Электронное издание. 2015. №2. Публикация 1-3. URL: <http://www.medtsu.tula.ru/VNMT/Bulletin/E2015-2/5179.pdf> (дата обращения: 26.05.2015). DOI: 10.12737/11436

8. Полушкина Н.Н. Диагностический справочник пульмонолога. М.: АСТ, 2007. 671 с.
9. Федоров С.Ю., Цкипури Ю.И., Хадарцев В.А. Тренировка дыхательной мускулатуры // Вестник новых медицинских технологий. 2009. Т. XVI. № 2. С. 154–156.
10. Хадарцев А.А., Гонтарев С.Н., Агасаров Л.Г. Восстановительная медицина. Монография. Под редакцией Хадарцева А.А., Гонтарева С.Н., Агасарова Л.Г. Тула: Издательство ТулГУ- Белгород, 2011. Том IV. 204 с.

#### References

1. Grippi MA. Patofiziologiya legkikh. 3-e izd., ispr. Moscow; SPb: «Izdatel'stvo BINOM» - «Nevskiy Dialekt»; 2001. Russian.
2. Danilov LN. Rastyazhimost' legkikh i ee otsenka na osnove prosteyshikh modeley legkikh. Fiziologiya cheloveka. 1996;22(2):93-100. Russian.
3. Ivakhno NV. Ispol'zovanie sglazhivayushchikh splaynov pri obrabotke signalov biotekhnicheskoy sistemy «trenazher dykhatel'noy muskulatury – patsient». Izvestiya TulGU: tekhnicheskie nauki. 2013;11:98-102. Russian.
4. Ivakhno NV, Merkulova OV, inventors; Dykhatel'nyy trenazher. Russian Federation patent RU 115668. 2011. Russian.
5. Ivakhno NV. Obobshchennaya struktura kompleksov intellektual'nogo trenazhernogo vozdeystviya na dykhatel'nyuyu sistemu. Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya. Tekhnicheskie nauki. 2014;11(81):110-4. Russian.
6. Kalmanova EN. Issledovanie respiratornoy funktsii i funktsional'nyy diagnost v pul'monologii. Russkiy meditsinskiy zhurnal. 2000;8(12):54-7. Russian.
7. Milovanov AV, Nikanorov BA, Fedorov SYu, Khadartsev AA. Matematicheskoe opisanie dykhatel'nykh protsessov. Vestnik novykh meditsinskikh tekhnologiy. 1996;3(3):6-11. Russian.
8. Polushkina NN. Diagnosticheskiy spravochnik pul'monologa. Moscow: AST; 2007. Russian.
9. Fedorov SYu, Tskipuri YuI, Khadartsev VA. Trenirovka dykhatel'noy muskulatury. Vestnik novykh meditsinskikh tekhnologiy. 2009;16(2):154-6. Russian.
10. Khadartsev AA, Gontarev SN, Agasarov LG. Vosstanovitel'naya meditsina. Monografiya. Pod redaktsiyei Khadartseva A.A., Gontareva S.N., Agasarova L.G. Tula: Izdatel'stvo TulGU- Belgorod; 2011. Tom IV. Russian.

---

#### Библиографическая ссылка:

Ивахно Н.В., Канунникова А.С., Федоров С.С. Математическое моделирование процессов в дыхательной системе человека // Вестник новых медицинских технологий. Электронное издание. 2015. №2. Публикация 1-3. URL: <http://www.medtsu.tula.ru/VNMT/Bulletin/E2015-2/5179.pdf> (дата обращения: 26.05.2015). DOI: 10.12737/11436